

استاد : علی لطفی نژاد

همکلاسی

Hamkelasi.ir

مبحث : جزوه فصل پنجم ریاضی دهم



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

استاد : علی لطفی نژاد

همکلاسی

Hamkelasi.ir

مبحث : جزوه فصل پنجم ریاضی دهم

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۰۵

فصل پنجم تابع

کنید. علی لطفی نژاد

خود را پرسیده و در کمتر

شما می توان

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۰۶

- درس اول : مفهوم تابع و بازنمایی های آن
- درس دوم دامنه و برد تابع
- درس سوم : انواع تابع

درس اول تابع و بازنمایی های آن

تابع

- **تعریف تابع** : قانون یا ضابطه ای است که بین دو مجموعه تعریف می شود و به هر عضو از مجموعه اول یک و تنها یک عضو از مجموعه دوم را نسبت می دهد. تابع را به صورت های مختلف می توان نمایش داد.
- در هر یک از موارد زیر رابطه ای بین دو پدیده ذکر شده است . توضیح دهید کدام تابع است ؟ با دلیل ؟
۱. الف) رابطه بین افراد و سن آنها

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۰۷

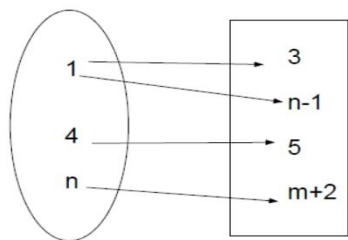
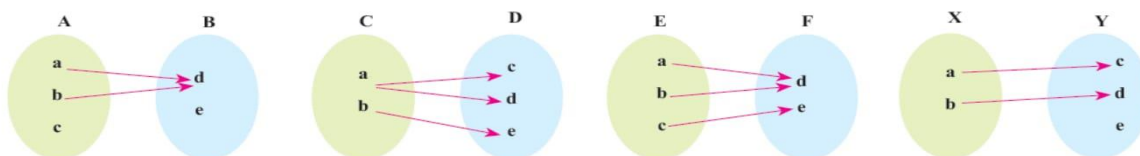
۲. (ب) رابطه بین دانش آموزان یک کلاس و نمره ریاضی پایان ترم آنها
۳. (ج) رابطه بین سال های مختلف و میزان بودجه اختصاص یافته به آنها در یک کشور
۴. (د) رابطه بین افراد و دمای بدن آنها در یک زمان خاص
۵. (ه) رابطه بین ضلع یک مثلث و مساحت آن
۶. (و) رابطه بین افراد و غذا های مورد علاقه آنها

• باز نمایی های مختلف تابع

- نمودار پیکانی: در این روش از هر عضو مجموعه اول یک فلش به سمت اعضای مجموعه دوم خارج می شود. نموداری تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود.

تمرین

۱) در نمودار های زیر کدام تابع هست و کدام تابع نیست ؟



۲) اگر نمودار پیکانی مقابل یک تابع را نشان دهد آنگاه $m + n$ چقدر است ؟

• نمایش تابع به صورت زوج مرتب

- به دو تایی (a, b) زوج مرتب می گوئیم. دقت کنید که ترتیب قرار گرفتن اعداد در پرانتز مهم است. به این دلیل به آن مرتب گوئیم. یک زوج مرتب در واقع مختصات یک نقطه در صفحه را نشان می دهد.

- یک مجموع شامل زوج مرتب ها هنگامی تابع را نشان می دهد که مولفه (مختص) های اول زوج های مرتب با هم مساوی نباشند.

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۰۸

مثال) مجموعه f تابع است

❖ $f = \{(4,5), (3,2), (7,1)\}$

 g تابع نیست

❖ $g = \{(7,3), (2,1), (7,4)\}$

تمرین

۱) رابطه $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ چند زوج مرتب دارد؟ آنها را بنویسید.

۲) کدام یک از مجموعه های زیر یک تابع را نشان می دهد .

- A. $\{(-1,0), (0,1), (2,3), (\sqrt[2]{-1}, 4)\}$
 B. $\{(-1,2)\}$
 C. $\{(0,0), (2,1), (3,2), (-1,0), (2, -2)\}$
 D. $\{(1,1), (2,3), (-1, -1), (-2,5)\}$

۳) مقادیر a, b را به گونه ای بیابید که مجموعه زیر تابع باشد

$$f = \{(1,3), (a - 2,6), (1,2a - 3), (1, b)\}$$

۴) مقدار m را طوری بیابید که رابطه $A = \{(3, m^2), (2,1), (-3, m), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ تابع باشد .

• بررسی تابع از روی نمودار

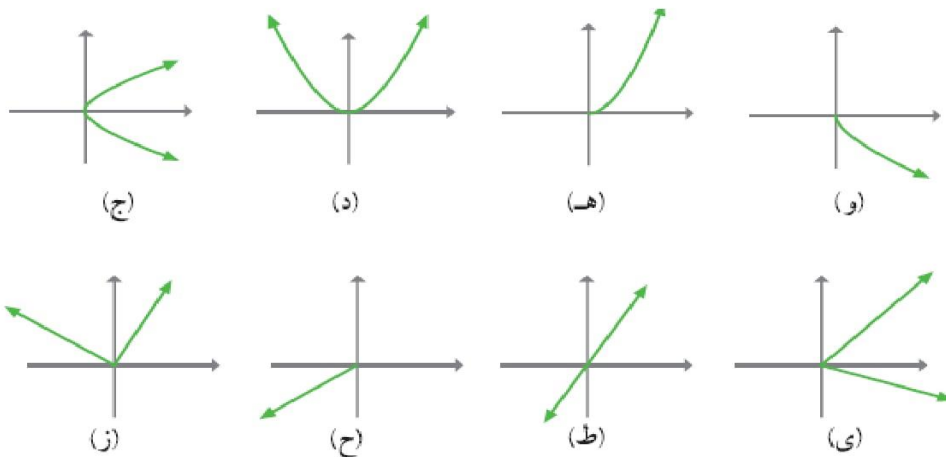
شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۰۹

یک نمودار هنگامی یک تابع را نشان می دهد که هر خط عمودی حداکثر یک بار نمودار را قطع کند .

تمرین

۱) کدام یک از نمودار های زیر یک تابع را نشان می دهند



درس دوم: دامنه و برد تابع

○ دامنه و برد تابع

- دامنه تابع: مجموعه تمام مولفه های اول زوج های مرتب تابع را دامنه می گوئیم .
- برد تابع: مجموعه تمام مولفه های دوم زوج های مرتب تابع را برد گوئیم .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۰

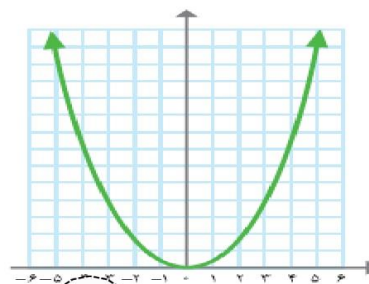
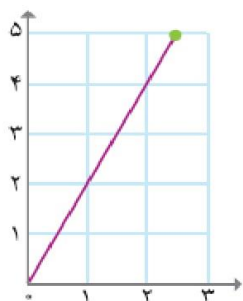
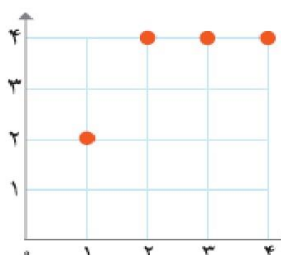
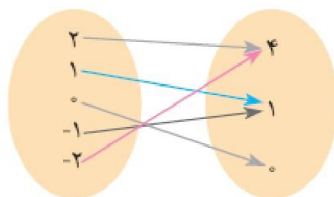
۱) نمودار ون: اعضای که از آنها پیکان خارج می شود دامنه و اعضای که به آنها پیکان وارد می شود برد نامیده می شود.

۲) زوج مرتب: مولفه های اول دامنه و مولفه های دوم برد هستند

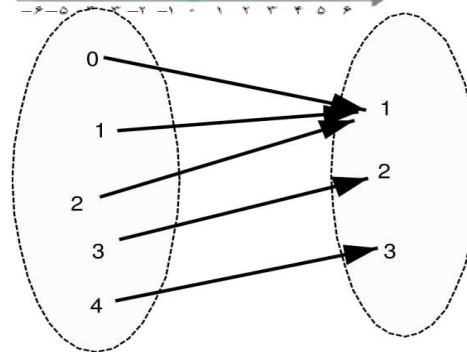
۳) نمودار: تصویر نمودار روی محور افقی دامنه و روی محور عمودی برد است.

تمرین

۱) دامنه توابع زیر را بیابید.



• $f = \{(1,4), (2,5), (5,2), (4,3)\}$



۲) رابطه ای بنویسید که دامنه آن بی نهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد آیا این رابطه تابع است؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد

۳) رابطه ای بنویسد که دامنه آن شامل دو عضو بوده ولی برد آن بی نهایت عضو داشته باشد. آیا این رابطه، تابع است؟

۴) رابطه ای بنویسید که دامنه آن بینهایت عضو داشته باشد ولی برد آن تک عضوی باشد. آیا این رابطه، تابع است؟

• نمایش جبری تابع

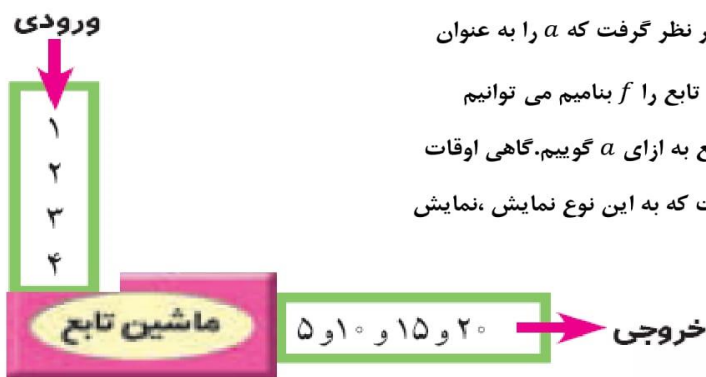
❖ یک تابع را می توان به عنوان یک ماشین در نظر گرفت که a را به عنوان

ورودی گرفته و b را به عنوان خروجی تولید می کند اگر تابع را f بنامیم می توانیم

بنویسیم: $f(a) = b$ که در این حالت b مقدار تابع به ازای a گوئیم. گاهی اوقات

یک تابع را می توان بر حسب یک مقدار جبری نوشت که به این نوع نمایش، نمایش

جبری گوئیم و می نویسیم: $y = f(x)$



شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۲

برای تعیین مقدار تابع در یک نقطه کفایت به جای x ، عدد داده شده را قرار دهیم تا مقدار تابع بدست آید.

- مثال) اگر تابع $f(x) = 4x^2 - 5$ داده شده باشد مقدار $f(0), f(2), f(-1)$ را بیابید.
 - ❖ $f(0) = 4 \times (0)^2 - 5 = -5$
 - ❖ $f(2) = 4 \times 2^2 - 5 = 11$
 - ❖ $f(-1) = 4 \times (-1)^2 - 5 = -1$
- مثال) اگر تابع $f(x+1) = x^2$ آن گاه $f(x)$ را بیابید. سپس $f(1)$ را بیابید.
 - ❖ $x+1 = a \Rightarrow x = a-1 \Rightarrow f(a) = (a-1)^2$
 - $f(1) = 0$

تمرین

۱) تابع $f(x) = x^2 - 4$ داده شده است، مقادیر زیر را حساب کنید.

❖ $f(3), f(5), f(f(3))$

۲) مقادیر a, b را چنان بیابید که مجموعه $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد. (خرداد ۹۰)

۳) اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد، $f(-\frac{1}{x})$ را یافته و درستی تساوی $f(x) \times f(-\frac{1}{x}) = -1$ را بررسی کنید.

۴) اگر $f(x-1) = \frac{x+3}{x+1}$ باشد ضابطه تابع $f(x)$ را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

استاد : علی لطفی نژاد

مبحث : جزوه فصل پنجم ریاضی دهم

Math_Academy @konkur_math ۱۱۳ علی لطفی نژاد

۵) اگر تابع $f(x - 1) = \frac{x}{x+1}$ باشد ضابطه $f(x)$ را یافته و $f(3)$ را بیابید.

۶) تابع $f(x) = 3^x$ است مقدار $f(x + 1) + f(1 - x)$ را بیابید.

۷) هرگاه $f(x) = \sqrt{3 + \sqrt{2 - x}}$ باشد مقادیر $f(1)$, $f(\sqrt{x + 3})$ را بیابید.

توابع خطی

❖ توابعی هستند که معادله آنها به صورت $y = ax + b$ باشد. تذکر: ممکن است یک تابع خطی بخشی از یک خط باشد.

یادآوری: معادله خط گذرنده از یک نقطه با داشتن شیب

$$* y - y_A = m(x - x_A)$$

فرمول شیب هنگامی که دو نقطه از خط را داریم

در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

تمرین

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۴

$$* m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

۱) برای یک تابع خطی می دانیم می دانیم که $f(2) = 5, f(-3) = -5$ نمایش جبری تابع را بنویسید .

۲) هرگاه سه نقطه $A(-2,1), B(K, K - 1), C(1,0)$ از یک تابع خطی حاصل شده باشند مقدار K را بیابید .

۳) معادله خطی را مشخص کنید که محور x ها را در نقطه ای به طول $\frac{-3}{2}$ قطع کند و از نقطه $(1,5)$ بگذرد .

۴) سودی که از تولید یک کالا توسط یک شرکت تولیدی حاصل می شود از رابطه $y = -200 + 5x$ به دست می آید. که

در آن x تعداد کالای تولیدی و y سود حاصل بر حسب میلیون تومان است

الف) نمودار خط $y = -200 + 5x$ را برای $x \geq 0$ رسم کنید.

ب) این شرکت چند کالا باید تولید کند تا سود ۱۰۰ میلیون تومان به دست آورد؟

ج) محل برخورد این خط با محور x چه چیزی را نشان می دهد؟

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

استاد : علی لطفی نژاد

همکلاسی

Hamkelasi.ir

مبحث : جزوه فصل پنجم ریاضی دهم

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۵

۵) آیا جدول زیر می تواند یک تابع خطی را نشان دهد .

x	1	3	4	7	11
y	8	14	17	20	38

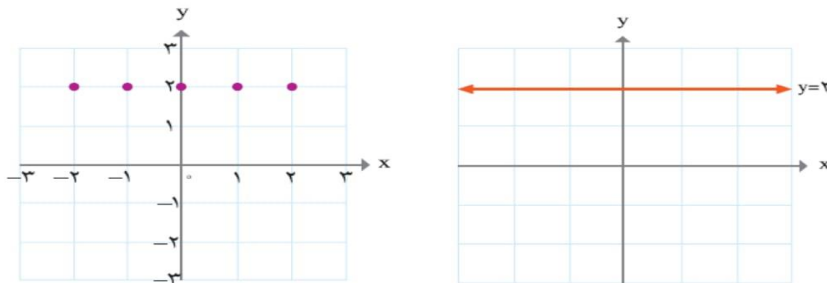
درس سوم : انواع تابع

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

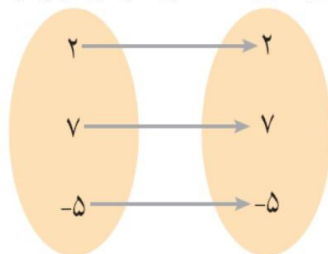
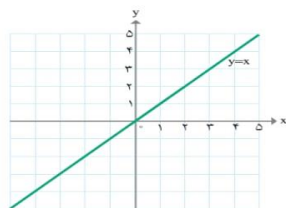
Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۶

❖ توابع ثابت: فرم این توابع به صورت $y = k$ است که در آن k یک عدد حقیقی است. مانند $y = 3$ نمودار این توابع به

صورت خط راستی موازی محور افقی است.



❖ توابع درجه اول (خطی): قبلا مورد بررسی قرار گرفت یکی از مهم ترین آنها آن ها تابع همانی است $y = x$ که نیمساز



نواحی اول و سوم است.

❖ توابع درجه دوم: نمودار این توابع سهمی نامیده می شود. ساده ترین این توابع به صورت $y = x^2$ است.

نمودار های زیر مربوط به دو تابع درجه ۲ هستند .

معادله کلی این توابع به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می باشد.

اگر $a > 0$ باشد دهانه این توابع به سمت بالا است و نقطه راس آنها نقطه min و در غیر این صورت دهانه به سمت پایین و

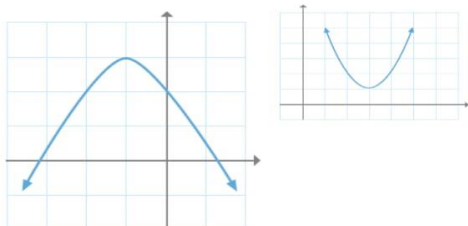
نقطه راس آنها نقطه max است.

طول نقطه راس از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می آید. برای تعیین

عرض نقطه یا مستقیما طول نقطه را جایگزین می کنیم یا از

$$\text{رابطه } y = \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ به دست می آوریم.}$$

دامنه همه توابع چند جمله ای در حالت کلی R است مگر آنکه خلاف آن بیان شود



ت کنید. علی لطفی نژاد

تمرین

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۷

(۱) توابع زیر را رسم کنید

- $y = x^2 - x - 2$

- $y = x^2 + 6x + 5$

(۲) تابع $y = ax^2 + x + b$ مفروض است. ضرایب a, b را چنان بیابید که منحنی از نقطه $A(2, -2)$ بگذرد و محور y ها را در نقطه ای به عرض 3 قطع کند.

(۳) دو تابع $y = x^2 + ax + b, y = x + 2b$ مفروضند. a, b را طوری بیابید که نمودارهای این دو تابع روی محور x هادر نقطه ای به طول 2 یکدیگر را قطع کنند.

(۴) در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مقادیر a, b, c را به گونه ای بیابید که سهمی خط $y = x + 1$ را در نقاطی به طول های ۱ و ۲ و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کند.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۸

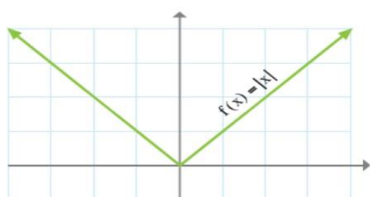
۵) در تابع $y = ax^2 + bx - 2$ مقادیر a, b را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه $A(-1, 2)$ بگذرد و محور x را در نقطه ای به

طول ۱ قطع کند

❖ **توابع گویا:** توابعی هستند کسری که صورت و مخرج آنها به صورت چند جمله ای می باشد. (چند جمله ای مخرج باید حداقل از درجه ۱ باشد)

دامنه این توابع از رابطه مقابل به دست می آید

$$* D = R - \{\text{ریشه مخرج}\}$$



❖ **تابع قدر مطلق:** ساده ترین نوع این توابع به صورت $y = |x|$ است

که به هر عضو دامنه قدر مطلق آنرا نسبت می دهد.

❖ دامنه این تابع R و برد آن اعداد حقیقی نا منفی است

❖ **توابع چند ضابطه ای:** در بعضی توابع، دامنه تابع به چند قسمت تقسیم شده و برای هر یک

به تنهایی یک ضابطه تعریف می شود. این توابع را چند ضابطه ای گوئیم .

اگر بخواهیم مقدار تابع را در این توابع بیابیم باید مقدار متغیر را در ضابطه مربوط به ناحیه خودش قرار دهیم.

$$\text{مثال) در تابع } f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & x < 2 \\ x^2 - 3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 1 + 2x & x > 5 \end{cases}$$

- A) $f(3) = 3^2 - 3 = 6$
- B) $f(6) = 1 + 2 \times 6 = 1$

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۱۹

تمرین

۱) اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ باشد مقدار عددی عبارت $\frac{f(f(-2))}{f(1)+f(-1)}$ را بدست آورید.

۲) در تابع $f(x) = \begin{cases} 4-2x & x \geq 1 \\ 1+x^2 & x < 1 \end{cases}$ مقدار $f(f(-1))$ را بیابید.

۳) تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2}+x & x \geq 1 \\ \sqrt{2}-x & x < 1 \end{cases}$ داده شده است . برابری های زیر را کامل کنید .

- $f(\sqrt{2}-1) = \dots$ $f(3-\sqrt{2}) = \dots$ $f(-\sqrt{2}) = \dots$
- $f(0) = \dots$ $f(f(-1)) = \dots$

۴) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2-x & x < 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

استاد : علی لطفی نژاد

مبحث : جزوه فصل پنجم ریاضی دهم

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۲۰

۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & x \geq 0 \\ 1 + \frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. این تابع را رسم کنید و $f(f(-1))$ را بیابید.

۶) نمودار تابع $y = -2|x - 3|$ را رسم کنید.

۷) در تابع $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ 2 - x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ مقدار $f(1 - \sqrt{3})$ را بیابید.

۸) اگر $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x < -1 \\ x^2 & x \geq -1 \end{cases}$ باشد $f(f(-4))$ را بیابید.

۹) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x & x > 0 \\ 7 & x = 0 \\ 7x - 4 & x < 0 \end{cases}$ باشد مطلوب است حاصل $f(f(f(0)))$.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۲۱

۱۰ اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه $A(2, -3)$ بگذرد و داشته باشیم $f(-2) = 3$.

۱۱ نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x} + x^2$ را رسم کنید.

۱۲ نمودار توابع زیر را رسم کنید .

- A) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x < 2 \\ x + 3 & x \geq 2 \end{cases}$
- B) $f(x) = -|3x + 1|$

۱۳ تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 0 \\ x - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ داده شده است

الف) نمودار تابع را رسم کنید .

ب) حاصل $f(f(-1))$ را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۲۲

۱۴) نمودار $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & x \geq 0 \\ 1 - \frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده و $f(f(-4))$ را به دست آورید

۱۵) تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \geq 0 \\ -x + 2 & x < 0 \end{cases}$ داده شده است .

الف) نمودار تابع f را رسم کنید . ب) مقدار $f(f(-2))$ را محاسبه کنید .

۱۶) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید .

الف) نمودار تابع f را رسم کنید . ب) دامنه تابع f را به دست آورید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

Math_Academy @konkur_math علی لطفی نژاد ۱۲۳

رسم نمودار توابع به کمک انتقال

❖ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ در دست باشد

- ① تابع $y = f(x + a)$: به اندازه a واحد نمودار به سمت چپ می رود.
- ② تابع $y = f(x - a)$: به اندازه a واحد نمودار به سمت راست می رود.
- ③ تابع $y = f(x) + a$: به اندازه a واحد نمودار به سمت بالا می رود.
- ④ تابع $y = f(x) - a$: به اندازه a واحد نمودار به سمت پایین می رود.
- ⑤ تابع $y = -f(x)$: تابع نسبت به محور x قرینه می شود.
- ⑥ تابع $y = kf(x)$: عرض تمام نقاط در k ضرب می شود.
- ⑦ ممکن است تابع داده شده ترکیبی از چند حالت بالا باشد.

تمرین

با استفاده از روش انتقال، نمودار توابع زیر را رسم کنید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد